Physik

Untersuchungen über eine neue Methode der direkten Messung von Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten

---

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades bei der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Schlesischen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Breslau

vorgelegt von

Herbert Oertel

aus Breslau

Breslau 1938

Referent: Professor Dr. L. Bergmann

Korreferent: Professor Dr. Cl. Schaefer

Examen rigorosum: 2. Februar 1938

Gedruckt mit Genehmigung der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Schlesischen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Breslau

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

D 2

Vorliegende Arbeit erschien in der „Akustischen Zeitschrift".
Jahrgang 3 — 1938 — Heft 6

Sonderdruck aus „Akustische Zeitschrift", Jahrgang 3 · 1938 · Heft 6

Verlag von S. Hirzel in Leipzig. Printed in Germany

Meinen Eltern

Untersuchungen über eine neue Methode der direkten Messung von Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten

Von L. Bergmann und H. Oertel

(Mit 11 Textabbildungen)

1. Einleitung

Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist, eine zuerst von Bergmann[1]) angegebene Methode zur Messung von Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten mittels Ultraschall zu untersuchen, deren wesentlicher Vorteil darin besteht, daß sie unabhängig ist von der Messung der Frequenz des den Schall erzeugenden Piezoquarzes, und die deshalb eine größere Genauigkeit zu versprechen schien, als mit den üblichen Methoden zu erreichen war; denn bei diesen ist immer eine elektrische Frequenzmessung notwendig, deren Ausführung mit einer Genauigkeit von $0{,}1\,{}^0/_{00}$ schon auf Schwierigkeiten stößt.

2. Das Prinzip der neuen Methode

Das Prinzip der Methode wird durch Abb. 1 veranschaulicht. Durch die Lichtquelle L —

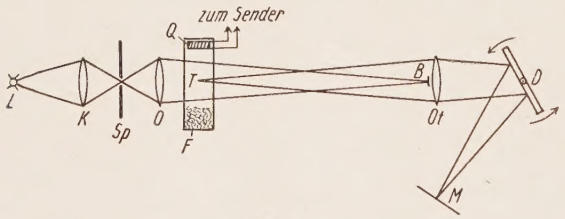

Abb. 1

die Buchstabenbezeichnungen werden im folgenden stets beibehalten werden — wird der Spalt S_p über einen Kondensor K beleuchtet. Dieser wird durch eine Linse O durch den die zu untersuchende Flüssigkeit enthaltenden Trog T hindurch auf die Blende B abgebildet, die unmittelbar vor der Linse O_t angebracht ist. Durch diese Linse O_t wird die Mittelebene des Troges T über den Drehspiegel D auf die Mattscheibe M abgebildet. Das Mattscheibenbild wird durch eine geeignete Optik (Lupe, Mikroskop) beobachtet. Die Mattscheibe ist an sich nicht nötig und kann bei ungenügender Helligkeit des Bildes auch wegbleiben.

An der einen Schmalseite des Troges ist der piezoelektrische Schwingquarz Q angebracht, der in bekannter Weise zur Erzeugung der Schallwellen dient. Um eine Reflexion an der gegenüberliegenden Trogwand — und damit stehende Wellen — zu vermeiden, ist bei F eine dicke, schallabsorbierende Filz- und Watteschicht eingebracht.

Die Anordnung arbeitet folgendermaßen[2]): Die durch den Quarz angeregte Schallwelle verursacht in der Flüssigkeit periodische sinusförmige Druckschwankungen in der Weise, daß Ebenen gleichen Druckes, die senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung stehen, mit der Schallwelle, also mit Schallgeschwindigkeit durch den Trog eilen. Diese periodische Druckänderung in der Flüssigkeit ist gleichbedeutend mit einer periodisch sich wiederholenden Änderung des Brechungsindex und wirkt daher optisch als Beugungsgitter, und zwar sowohl als Phasen- wie auch als Amplitudengitter. Die Wirkung der Schallwelle als Phasengitter geht daraus hervor, daß in der Ebene, in welcher der Spalt

[1]) L. Bergmann, S.-B. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur 108 (1936), S. 47.

[2]) Vgl. zum folgenden: R. Lucas und P. Biquard, J. Phys. et Radium 3 (1932), S. 464 und Rev. d'Acoustique 3 (1934), S. 198; R. Bär, Helv. phys. Acta 8 (1935), S. 591 und 9 (1936), S. 265; L. Bergmann und H. J. Goehlich, Phys. Z. 38 (1937), S. 9; O. Nomoto, Proc. phys. math. Soc. Japan III. Folge, 18 (1936), S. 402 und 19 (1937), S. 337.

Eine zusammenfassende Darstellung ist zu finden bei L. Bergmann, Der Ultraschall, VDI-Verlag 1937, S. 27ff., 54ff. und 76ff.

S_p durch die Linse O scharf abgebildet wird (B in Abb. 1), nicht nur Spektren erster Ordnung auftreten — wie die Theorie es bei einem sinusförmigen Amplitudengitter fordern würde —, sondern auch die Spektren höherer Ordnung, und ist dadurch zu erklären, daß der optische Weg längs der Ebenen höheren Druckes länger ist als längs der Ebenen geringeren Druckes, wodurch die aus dem Trog austretenden Lichtwellen eine mit der Schallwelle periodische Phasenverschiebung besitzen. Die Spektren werden durch die Linse O_t wieder vereinigt und man erhält an der Stelle, an der durch O_t der Trog abgebildet wird, infolge sekundärer Interferenzen ein Bild der Schallwelle.

Anderseits wirkt die periodische Druck- bzw. Brechungsindexänderung der Schallwelle auch als Amplitudengitter, indem das Licht aus den Ebenen minderen Druckes in die Ebenen höheren Druckes hineingebrochen wird. Die Lichtstrahlen werden also auf ihrem Wege durch den Trog gekrümmt und zwar verschieden stark, je nach der Druckverteilung, die sie im Trog vorfinden. Ihre Richtung beim Verlassen des Troges stimmt nicht mehr mit derjenigen überein, die sie beim Eintritt in den Trog besaßen, sondern bildet mit dieser einen kleinen, bei verschiedenen Strahlen auch verschiedenen Winkel. Nur die Strahlen, die bei ihrem Eintritt in den Trog eine Ebene maximalen oder minimalen Druckes vorfanden, gehen ungebrochen hindurch.

Hinter dem Trog findet sich demnach eine gitterartige Lichtverteilung vor — ähnlich dem Schattenbild eines Staketenzaunes —, die noch in sehr großer Entfernung vom Trog wahrnehmbar ist. Da sie aber dadurch zustande kommt, daß die Lichtstrahlen beim Verlassen des Troges — periodisch mit der Schallwelle sich wiederholend — kleine Winkel miteinander bilden, d. h. Konvergenzlinien besitzen, so ist das Schattengitter der Schallwelle, wie wir diese Erscheinung nennen wollen, in verschieden großen Entfernungen vom Trog auch verschieden gut beobachtbar; denn in den Ebenen, in denen die Konvergenzlinien liegen, sind diese ganz besonders hell und deutlich sichtbar, während in den dazwischen liegenden Ebenen die Streifen mehr oder minder verwaschen erscheinen und unmittelbar hinter dem Trog noch fast gar nicht beobachtbar sind[3]).

Das infolge der sekundären Interferenzen auf der Mattscheibe als ein System heller und dunkler Streifen entstehende Bild der Schallwelle oder besser gesagt der Dichteverteilung in der Flüssigkeit — die Blende B hat den Zweck, das direkte Licht, das Spektrum 0ter Ordnung, auszublenden (Schlierenmethode nach Toepler[4])) — läuft bei stehendem Spiegel mit einer durch die Schallgeschwindigkeit im Trog und das optische Abbildungsverhältnis fest gegebenen Geschwindigkeit über die Mattscheibe. Läßt man jetzt den Drehspiegel D in der Pfeilrichtung rotieren, dann werden bei einer bestimmten Umdrehungszahl die Streifen auf der Mattscheibe stehend erscheinen; denn das Bild eines festen Lichtpunktes läuft nach der Reflexion an einem rotierenden Spiegel auf einem um die Drehachse gelegten Kreise mit einer Geschwindigkeit, die gegeben ist durch den Radius des Kreises und die Winkelgeschwindigkeit des Spiegels.

Der Zusammenhang dieser Winkelgeschwindigkeit oder, was ja gleichbedeutend ist, der Umdrehungszahl N des Drehspiegels mit der Schallwellengeschwindigkeit c_t im Trog ergibt sich aus folgender Überlegung: Bei einer Drehung des Spiegels um den Winkel α wird der von einem festen Lichtpunkt ausgesandte, am Drehspiegel reflektierte Strahl um den Winkel 2α gedreht. Denken wir uns nun um die Drehachse des Spiegels einen Kreis mit dem Radius r gelegt, so wird der Durchstoßungspunkt des reflektierten Lichtstrahles auf diesem Kreise bei einer ganzen Umdrehung des Spiegels den Weg $4\pi r$ zurücklegen, und bei N Umdrehungen pro sec des Drehspiegels besitzt er die Geschwindigkeit, die wir mit c_d bezeichnen wollen:

$$c_d = 4\pi r N.$$

Bezeichnet man entsprechend in Abb. 2 mit g die Entfernung Trogmitte—Linse O_t (= Gegenstandsweite) und mit b die optische Entfernung

[3]) Theoretisch ist diese Erscheinung von O. Nomoto behandelt worden (a. a. O.).

[4]) Toepler, Ostwalds Klassiker 158; Pogg. Ann. 127 (1866), S. 556 und 131 (1867), S. 33 und 180.

Linse O_t—Mattscheibe (= Bildweite), so ist, wenn mit Λ die Schallwellenlänge (= Streifenbreite des Schallwellengitters) und mit λ die dieser entsprechende Streifenbreite des auf der Mattscheibe beobachteten Streifensystems bezeichnet wird,

$$\frac{\Lambda}{\lambda} = \frac{g}{b}.$$

Ist n die Frequenz der Schallwelle, dann ist $n\Lambda$ deren Geschwindigkeit c_t und entsprechend ist $n\lambda$ die Geschwindigkeit, mit der das Streifen-

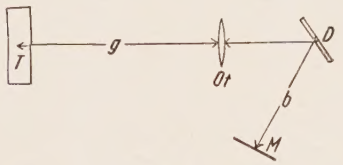

Abb. 2

system bei ruhendem Drehspiegel über die Mattscheibe läuft. Damit diese durch die Drehung des Spiegels kompensiert wird, muß also $n\lambda = -c_d$ sein, und man erhält die Beziehung

$$\frac{n\Lambda}{n\lambda} = -\frac{c_t}{c_d} = \frac{g}{b}$$

und daraus:

$$(1) \qquad c_t = -\frac{g}{b} c_d = (-)\frac{g}{b} 4\pi r N.$$

Das ist die gesuchte Beziehung zwischen der Schallwellengeschwindigkeit c_t und der Umdrehungszahl des Spiegels N. Das Minuszeichen ist dabei eingeklammert, weil es nur den Drehsinn des Spiegels angibt, der aber hier ohne Interesse ist. Wir lassen es daher in Zukunft weg.

Die zu erwartende Genauigkeit läßt sich zunächst in folgender Weise abschätzen: Infolge der Trägheit des menschlichen Auges kann eine fortschreitende Welle dann nicht mehr gesehen werden, wenn ein Wellenberg nach etwa $^1/_{20}$ Sekunde am Ort des vorhergehenden angelangt ist[5]). Das bedeutet im vorliegenden Fall aber, daß man die Streifen auf der Mattscheibe dann nicht mehr sieht, wenn ihre von der Umdrehungszahl N abhängige Geschwindigkeit von der tatsächlichen Geschwindigkeit der Schallwellen im Trog um $\pm$ 20 Wellenlängen pro sec abweicht. Da bei unseren Versuchen die Wellenlängen etwa 1 mm betrugen, war zu erwarten, daß man die Schallgeschwindigkeit auf $\pm$ 2 cm/sec, bei einer mit durchschnittlich 1000 m/sec angenommenen Schallgeschwindigkeit also auf etwa 0,005% Genauigkeit würde bestimmen können. Da die Umdrehungszahlen des Drehspiegels z. B. nach einem Verfahren von GIEBE[6]) sogar auf 0,001% meßbar sind, hofften wir, weit genauere Messungen anstellen zu können, als mit den eingangs erwähnten üblichen Verfahren zu erreichen sind, die eine genaue elektrische Frequenzmessung erfordern.

3. Optische Einrichtung der Apparatur

Als Lichtquelle L diente eine 100 Watt-Kinoprojektionslampe, die durch einen Kondensor auf den Spalt Sp abgebildet wurde (vgl. Abb. 1) oder, falls diese Lichtintensität nicht ausreichte, auch eine Bogenlampe. Der Spalt Sp war sowohl in der Höhe wie in der Breite veränderlich; letztere betrug im allgemeinen 0,1—0,5 mm. Als Linse O dienten Achromate von 20—50 cm Brennweite. Der Trog T, ein Messingtrog mit zwei planparallelen Glaswänden, war 25 cm lang, 2,7 cm breit und 5 cm hoch. Als Schwingquarz Q diente eine Quarzplatte von 25 × 25 × 2,5 mm, deren Fläche senkrecht zur X-Achse orientiert war. Ihre Grundfrequenz betrug 1200 kHz, doch konnte sie auch in Oberschwingungen angeregt werden. Da die Auspolsterung des Troges mit Filz und Watte nicht vollkommen ausreichte, um stehende Wellen zu vermeiden, wurde die dem Quarz gegenüberliegende Trogwand unter 45° geriffelt. Lichtquelle mit Kondensor, Spalt, Linse O und Trog waren auf einer optischen Bank verschiebbar aufgestellt.

Als Blende B, die direkt an der Fassung der Linse O_t befestigt war, diente meistens ein Stück Draht von etwa 1,5 mm ⌀ oder ein Streifen schwarzen Kartons, der jeweils gerade so breit geschnitten war, daß er nur das Spaltbild ausblendete.

Was die Brennweite der Linse O_t anbetrifft, so muß diese möglichst groß gewählt werden.

[5]) Eine eingehende Diskussion dieses physiologischen Phänomens erfolgt weiter unten.

[6]) GIEBE, Z. Instrumentenkde 29 (1909), S. 205ff.

Befindet sich nämlich O_t dicht vor dem Drehspiegel, so werden in Gl. (1) r und b annähernd gleich und bei einer mittleren Schallgeschwindigkeit von 1000 m/sec und etwa 25 Spiegelumdrehungen/sec wird dann g größenordnungsmäßig 3—4 m. Um bei dieser großen Gegenstandsweite ein nicht zu kleines Bild des Schallwellengitters zu bekommen, wurden für O_t Linsen mit Brennweiten zwischen 1,5 und 2 m verwandt. Wird das Abbildungsverhältnis $g/b = 1$ eingestellt, so geht Gl. (1) über in die besonders einfache Form

$$c_t = 4\pi r N \tag{1a}$$

und an Stelle der drei Längen g, b und r ist nur noch die eine, r, zu messen.

Besondere Sorgfalt mußte auf die Aufstellung der Linse O_t verwendet werden. Ihre Verschiebung in Richtung des einfallenden Strahles bewirkt nur eine gewisse Unschärfe des Bildes, die zudem von der Tiefenschärfe der ganzen Optik völlig ausgeglichen wird. Bei einer Verschiebung aber senkrecht zur Einfallsrichtung um den Betrag v (vgl. Abb. 3) wandert der Bildpunkt von B um die Strecke V nach B', und es gilt in erster Annäherung die Beziehung $V/v = (g+b)/g$, also

$$V = (g + b)\, v/g. \tag{2}$$

In dem von uns zumeist benützten Falle $g = b$ wird also $V = 2\,v$, so daß für eine möglichst

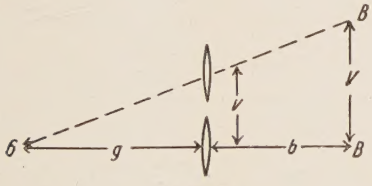

Abb. 3

schwingungsfreie Aufstellung der Linse O_t Sorge zu tragen ist, um ein Zittern des Bildes zu vermeiden.

In ähnlicher Weise macht sich eine Störung bemerkbar, die dadurch verursacht wird, daß der Drehspiegel außer seiner Rotation noch eine Parallelverschiebung erfährt, wie es bei einem sogenannten „Schlagen" der Spiegelachse in ihren Lagern der Fall ist, zumal dann, wenn diese nur einseitig gelagert ist. Bei einer Lagenverschiebung des Drehspiegels in Richtung des einfallenden Strahles (vgl. Abb. 4) um die Strecke v_1 wandert der Bildpunkt um die Strecke $V_1 = v_1 \sin 2\,\alpha$, wenn α der Winkel des einfallenden Strahles mit der Spiegelsenkrechten ist. Ebenso hat eine Verschiebung senkrecht

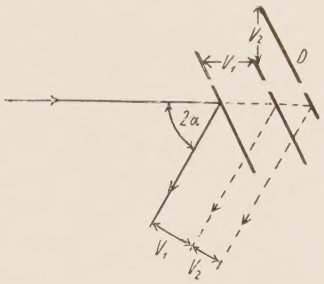

Abb. 4

zur Einfallsrichtung um v_2 eine entsprechende Wanderung des Bildpunktes um $V_2 = v_2 \operatorname{tg} \alpha \sin 2\,\alpha$ zur Folge. Die Gesamtverschiebung ist dann gleich:

$$V = V_1 + V_2 = v_1 \sin 2\,\alpha + v_2 \operatorname{tg} \alpha \sin 2\,\alpha$$

$$V = \sin 2\,\alpha\,(v_1 + v_2 \operatorname{tg} \alpha). \tag{3}$$

Bei einem Einfallswinkel $\alpha = 45^0$ ist also $V = v_1 + v_2$. Um dieses durch die Lagerung des Spiegels bedingte Zittern des Bildes zu beseitigen, muß man also erstens unter hinreichend kleinem Einfallswinkel beobachten und zweitens den Drehspiegel möglichst gut lagern.

Aus diesem Grunde wurde der zu den vorliegenden Versuchen benutzte Drehspiegel, der aus einer vorderseitig versilberten Spiegelglasplatte von 55 × 25 mm bestand, zweiseitig in sehr sorgfältiger Weise in einem massiven Eisenrahmen gelagert, so daß jede senkrechte oder waagrechte Verschiebung des Spiegels, dessen spiegelnde Fläche genau in der Drehachse lag, vermieden wurde. Das ganze Lagergestell war mittels kräftiger Winkeleisen an der Wand befestigt. Die Verbindung mit dem Antriebsmotor geschah über eine elastische Kupplung.

Schließlich konnte noch durch folgende optische Anordnung der Einfluß einer Parallelverschiebung des Spiegels weitgehend ausgeschaltet werden. An Stelle der Linse O_t in Abb. 2 wurden zwei Linsen O_{t1} und O_{t2} benutzt, von denen O_{t1} im Strahlengang vor dem Drehspiegel und O_{t2} im Strahlengang nach dem Spiegel so aufgestellt waren, daß das Licht zwischen den

beiden Linsen als paralleles Strahlenbündel auf den Spiegel auftraf. Man sieht leicht ein, daß, wenn O_{t1} die Brennweite F hat, die Gegenstandsweite g in Gl. (1) mit F identisch wird und an Stelle von Gl. (1a) der Ausdruck:

$$c_t = 4\pi F N \tag{1b}$$

tritt, da weiterhin $b = r$ ist.

Aus (1b) folgt, daß die zur Kompensierung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwellen im Trog notwendige Umlaufszahl des Drehspiegels unabhängig ist von der Brennweite der Linse O_{t2}. Man kann daher das Licht nach der Reflexion wieder durch die Linse O_{t1} fallen lassen, zumal ja sowieso das Abbildungsverhältnis $g/b = 1$ erwünscht ist. Die Brennweite von O_t muß dann doppelt so groß gewählt werden, wie bei einfachem Lichtdurchgang. Bei unseren Versuchen war $F = 3{,}45$ m.

4. Bestimmung der Spiegeldrehzahl

Als Antrieb für den Drehspiegel wurde ein Gleichstrommotor benützt, der mit einer fremderregten Wechselstrommaschine (500 Hz bei 3000 Umdrehungen/min) auf derselben Achse saß. Diese Verbindung mit der Wechselstrommaschine hatte zwei Vorteile. Erstens konnte man durch eine geeignete Belastung derselben eine größere Konstanz der Umlaufszahl erreichen, und zweitens konnte der gelieferte Wechselstrom, dessen Periodenzahl direkt von der Umlaufszahl abhängt, zur Bestimmung der letzteren benützt werden.

Das bereits erwähnte von GIEBE[7]) angegebene Verfahren der genauen Messung der Umdrehungszahl benutzt eine schon von MAXWELL[8]) angegebene Brückenschaltung (Abb. 5). Der auf der Achse des rotierenden Systems angebrachte Umschalter U hat die Aufgabe, die Kapazität C während einer halben Umdrehung in den Brückenzweig $A\,B$ zu schalten und während der darauf folgenden halben Umdrehung kurz zu schließen. Bei N Umdrehungen/sec fließt dann in der Zeiteinheit die Elektrizitätsmenge $Q = NCE$ auf die Kapazität und mithin durch den Brückenzweig $A\,B$ — wenn mit E die anliegende EMK bezeichnet wird — so daß dessen Widerstand $R_1 = 1/2\pi\,NC$ ist und sich durch Abgleich der Brücke sehr genau bestimmen läßt. Sind die zum Abgleich erforderlichen Widerstände R_2, R_3 und R_4, so läßt sich bei bekannter Kapazität C die Umdrehungszahl N aus der Beziehung

$$N = \frac{R_4}{C \cdot R_2 \cdot R_3}$$

berechnen. Erforderlich ist für diese Anordnung ein sehr gut gearbeiteter rotierender Umschalter, bei dem vor allem jede, auch kleinste Erregung von Reibungselektrizität vermieden werden muß. In diesem Falle läßt sich eine Meßgenauigkeit von $0{,}01^0/_{00}$ erreichen.

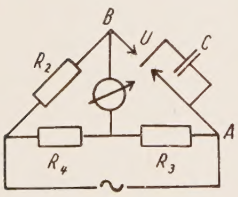

Abb. 5

Da uns ein gut funktionierender Umschalter nicht zur Verfügung stand, benutzten wir eine oszillographische Registrierung zur Bestimmung der Umdrehungszahl des Spiegels. Auf der Trommel eines EDELMANNschen Registrierapparates wurde der gerade Faden einer kleinen 4 Watt-Glühlampe über zwei Oszillographenschleifen scharf abgebildet. Die eine Schleife wurde in bekannter Weise[9]) von einem SIEMENSschen Stimmgabelaggregat mit konstanter und genau bekannter Frequenz[10]) angeregt, während die zweite Schleife von dem Strom der auf der Achse des Antriebsmotors des Spiegels befindlichen Wechselstrommaschine zu Schwingungen angeregt wurde. Durch eine elektromagnetische Fernauslösung konnte während der Beobachtung des Bildes der Schallwelle auf der Mattscheibe im gewünschten Augenblick die Registrierung für die Zeit eines Trommelumlaufs eingeschaltet werden.

Außer dieser Art der Frequenzregistrierung, der der Nachteil anhaftet, daß die beiden zu

[7]) GIEBE, a. a. O.

[8]) MAXWELL, Elektrizität und Magnetismus, § 775.

[9]) Bezüglich der Schaltung s. z. B. F. SCHRÖTER, Bildtelegraphie und Fernsehen, S. 265, Verlag J. Springer, Berlin 1932.

[10]) Für die Überlassung eines solchen Stimmgabelaggregates sind wir der Fa. Siemens u. Halske zu großem Dank verpflichtet.

vergleichenden Kurvenzüge nebeneinander lagen und ihre genauen Anfangs- bzw. Endpunkte nachträglich festgelegt werden mußten, wurde später das einfachere Verfahren benutzt, die Umläufe des Drehspiegels dadurch auf dem Photopapier des Registrierapparates zu markieren, daß der Faden einer zweiten Glühlampe über den Drehspiegel auf den Schlitz der Trommel abgebildet wurde. Bei jeder Umdrehung des Spiegels lief so ein Lichtstrahl über die schlitzförmige Blendenöffnung und zeichnete auf dem Photopapier einen Strich, der durch die von der Oszillographenschleife geschriebene Kurve der Stimmgabelfrequenz hindurchging. Auf diese Weise war eine sehr genaue Feststellung der Umdrehungszahl des Spiegels ermöglicht.

5. Die Messungsergebnisse und ihre Diskussion

Die Schallgeschwindigkeitsmessungen zeitigten leider nicht das erwartete Ergebnis. Es war zunächst angenommen worden, daß sich der Beobachtungsvorgang folgendermaßen abspielen würde: Bei stehendem Drehspiegel läuft das Streifenbild der Schallwelle mit einer durch die Wellengeschwindigkeit im Trog und das Abbildungsverhältnis bestimmten Geschwindigkeit über die Mattscheibe. Läßt man nun den Motor mit dem Drehspiegel anlaufen, dann wird bei geeigneter Drehrichtung des Spiegels die Geschwindigkeit der Streifen auf der Mattscheibe verlangsamt. Kommt die Umlaufszahl in die Nähe der durch Formel (1) bestimmten, die wir die „kritische" nennen wollen, dann muß man ein zunächst sehr rasches, bei weiterer Steigerung der Umlaufszahl immer langsamer werdendes Wandern der Streifen beobachten. Stimmt die Umlaufszahl mit der kritischen überein, dann erscheint das Streifensystem stehend, wird die Tourenzahl weiter erhöht, dann beginnen die Streifen erst langsam, dann immer schneller zu laufen und zwar in entgegengesetzter Richtung wie vorher, bis sie schließlich wieder so schnell laufen, daß man sie mit dem Auge nicht mehr beobachten kann. Dabei darf nach der Abschätzung von S. 334 die Differenz der Tourenzahlen, bei denen man das Streifensystem einmal sehr schnell in der einen und zum andern in der entgegengesetzten Richtung laufend gerade noch beobachten kann, 0,005% nicht überschreiten.

Tatsächlich wurde aber folgendes beobachtet: Bei Annäherung der Umlaufszahl an die kritische erscheint zunächst ganz schwach und verschwommen auf der Mattscheibe ein Streifensystem, das aber nicht in einer bestimmten Richtung, sondern bald nach der einen, bald nach der andern Seite, bald sprunghaft schnell, bald langsam läuft. Wird die Umlaufsgeschwindigkeit erhöht, dann verschwindet das Streifensystem, um bei weiterer Erhöhung wieder sichtbar zu werden, zwar immer noch verwaschen, aber doch erheblich deutlicher als vorher. Läßt man nun die Tourenzahl weiter steigen, dann werden die Streifen immer schärfer und schärfer, bis sie bei der kritischen Tourenzahl ganz scharf und deutlich sichtbar, aber noch immer nicht stehend erscheinen. Im Gegenteil wandern sie noch ebenso wie zu Anfang vollkommen unregelmäßig sowohl bezüglich der Geschwindigkeit wie der Bewegungsrichtung, und das bleibt auch so bei weiterer Steigerung der Umlaufszahl. Die Streifen werden wieder unscharf und verschwommen, verschwinden, werden noch einmal andeutungsweise sichtbar, um schließlich ganz zu verschwinden. Dieses letzte, ebenso wie das allererste Auftreten der Streifen ist so schwach und undeutlich, daß zuverlässige Messungen der zugehörigen Tourenzahl nicht durchführbar sind, zumal die Streifen mitunter, wohl infolge von Schwankungen der Schallintensität, ganz unsichtbar werden. Die Messungen wurden daher in der Weise angestellt, daß als untere Grenze die Tourenzahl bestimmt wurde, bei der die Streifen eben das zweite Mal sichtbar wurden. Als Umlaufszahl bester Sichtbarkeit wurde diejenige bestimmt, bei der die Streifen am schärfsten und kontrastreichsten zu sehen waren und als obere Grenze wurde die Tourenzahl gemessen, bei der die Streifen eben zum erstenmal wieder verschwanden.

Tabelle 1 zeigt eine Reihe solcher Messungen, die in chem. reinem Xylol vorgenommen wurden. Der Quarz wurde dabei in der Grund-

schwingung (1200 k Hz) angeregt. Die Entfernung Trog—Linse O_t betrug 3,45 m. Das Abbildungsverhältnis war 1 : 1.

Tabelle 1

	Umlaufszahlen des Drehspiegels			Intervallbreite %
	untere Grenze	beste Sichtbarkeit	obere Grenze	
1. Messung . . .	31,6	30,3	29,2	8,0
2. „ . . .	31,6	29,9	28,7	9,6
3. „ . . .	32,0	30,4	29,1	9,6
4. „ . . .	31,4	29,8	29,0	8,0
5. „ . . .	31,5		29,1	8,0
6. „ . . .	31,6	30,2	28,7	9,6
7. „ . . .	31,8		28,5	10,9
Mittelwert der Messungen 1—7	31,6	30,1	28,9	9,1
größte Abweichg. v. Mittelwerte	1,3%	1,0%	1,4%	

In die Tabelle sind die Umlaufszahlen des Drehspiegels pro sec eingetragen. In der rechten Spalte ist die Breite des Tourenintervalls, d. h. die Differenz der Tourenzahlen an der oberen und unteren Grenze, angegeben. Die unterste Zeile gibt die größte prozentuale Abweichung der Einzelmessungen von den in der Zeile darüberstehenden Mittelwerten an. Das aus den Mittelwerten der oberen Grenze = 28,9 und der unteren Grenze = 31,6 gebildete Mittel beträgt 30,25 und weicht von dem aus den Einzelmessungen bester Sichtbarkeit gewonnenen Mittelwert = 30,1 nur um 0,5% ab. Die relativ große Streuung der Einzelmessungen von $\pm$ 1,5% erklärt sich daraus, daß das Streifensystem nicht zum Stehen gebracht werden kann, sondern dauernd hin- und herwandert, d. h. zittert, wodurch die Beobachtung sehr erschwert wird.

Es galt zunächst, zu untersuchen, wodurch die wider Erwarten große Breite des Tourenintervalls bedingt wurde. Es lag die Vermutung nahe, die Ursache darin zu suchen, daß das im Trog entstehende Amplitudengitter der Schallwelle hinter dem Trog eine Art Schattengitter erzeugt (vgl. S. 333), das man bei Benützung stehender Wellen auf einem hinter dem Trog in den Strahlengang gehaltenen Schirm sehr deutlich sehen kann, und zwar angefangen von sehr kleinen bis zu sehr großen Entfernungen vom Trog. Jeder Dilatationsebene in der Schallwelle entspricht also grob gesprochen eine Schattenbahn hinter dem Trog. Ist nun die Tiefenschärfe der Linse O_t so groß, daß sie von einem Gegenstand in einiger Entfernung hinter dem Trog noch ein einigermaßen scharfes Bild auf der Mattscheibe entwirft, dann sieht man also auch das Schallwellengitter so, als ob es sich über diesen ganzen Tiefenschärfenbereich erstreckte, d. h. in jeder in diesem Bereich auf den Schattenbahnen senkrecht stehenden Ebene kann man ein Streifensystem beobachten, das im Aussehen vollkommen dem des Gitters der Schallwelle entspricht und sich von diesem nur dadurch unterscheidet, daß es eine andere Entfernung von der Linse O_t hat, weshalb es in einem anderen Abbildungsverhältnis auf der Mattscheibe abgebildet wird. Die Folge davon ist, daß man dieses von einem Schattengitter herrührende Streifensystem auf der Mattscheibe bei einer anderen Umdrehungszahl des Spiegels stehend sieht als das des Schallwellengitters. Da aber das Mattscheibenbild des Schallwellengitters nicht von dem eines Schattengitters zu unterscheiden ist, sieht man ein Streifensystem nicht mehr bei nur einer wohldefinierten Umdrehungszahl des Spiegels, sondern in einem ganzen Tourenintervall, dessen Größe abhängig ist von der Tiefenschärfe der benützten Optik.

Nach früheren Untersuchungen von Bergmann und Goehlich, Bär u. a.[11]) ist die Richtung der Schattenbahnen abhängig von der Bündelung des den Trog durchstrahlenden Lichtes. Bei divergentem Licht divergieren auch die Schattenbahnen, und zwar so, als ob ihre rückwärtigen Verlängerungen sich in der Lichtquelle schneiden würden. Entsprechend laufen sie bei parallelem Licht parallel und bei konvergentem Licht konvergieren auch sie auf den Konvergenzpunkt des Lichtes zu.

Diese Erscheinung ist zwar bisher nur bei stehenden Wellen beobachtet worden. Wir konnten jedoch ihren Einfluß wenigstens qualitativ auch bei laufenden Wellen dadurch fest-

[11]) a. a. O.

stellen, daß sowohl bei starker Konvergenz wie bei Divergenz des Lichtes das Tourenintervall größer wurde und sich im ersten Falle nach kleineren, im zweiten Falle nach größeren Werten der Umlaufszahlen verschob. Dabei waren aber die oberen Grenzen der bei Konvergenz beobachtbaren Intervalle stets höher oder gleich den unteren Grenzen der bei Divergenz beobachteten.

Zur Abschätzung dieses Einflusses auf unsere Beobachtungen greifen wir auf Gl. (1): $c_t = 4\pi r N g/b$ zurück. Beobachtet man nicht das Amplitudengitter der Schallwelle im Trog direkt, sondern irgendeine durch die Schattenbahnen gelegte Ebene, dann wird, wenn man nicht mit parallelem Licht arbeitet, auch die Geschwindigkeit c_s des Schattengitters in dieser Ebene eine andere sein als die Geschwindigkeit c_t des Schallgitters im Trog. Selbstverständlich ändert sich auch das Abbildungsverhältnis.

Die Entfernung Drehspiegel—Mattscheibe $= r$ soll die gleiche bleiben. Daher wird das beob-

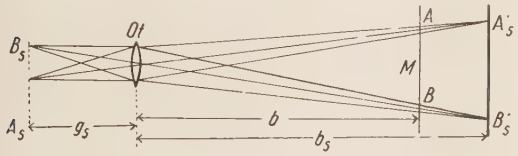

Abb. 6

achtete Schattengitter durch die Linse O_t unscharf auf die Mattscheibe abgebildet. In Abb. 6 sei g_s die Entfernung Linse O_t-Schattengitter, b die Entfernung Linse O_t-Mattscheibe und b_s sei die Entfernung der Ebene von der Linse O_t, in der das Schattengitter scharf abgebildet wird. A_s und B_s seien zwei Punkte des Schattengitters, A'_s und B'_s die zugehörigen scharfen Abbildungen, A und B die unscharfen Abbildungen auf der Mattscheibe M.

Die in A'_s und B'_s scharf begrenzten Punkte sind in A und B verschwommene Kreise. Als ihren Abstand muß man den Abstand ihrer Mittelpunkte betrachten, die mit hinreichender Genauigkeit (bei unseren Versuchen betrug der Linsendurchmesser etwa 3,5 cm und b etwa 3,5 m) als auf den Hauptstrahlen $\overline{A_s A'_s}$ und $\overline{B_s B'_s}$ gelegen angenommen werden dürfen. Dann ist aber $\overline{A'_s B'_s}/\overline{AB} = b_s/b$, und daraus folgt $\overline{A_s B_s}/\overline{AB} = g_s/b$. Setzen wir diese Werte, g_s/b, c_s und die zugehörige Umdrehungszahl N_s in (1) ein, so erhalten wir

$$c_s = 4\pi r N_s g_s/b. \tag{1b}$$

Wir wollen nun die Bedingung formulieren, unter der $N_s = N$ wird. Zu diesem Zweck ersetzen wir in (1b) N_s durch N und dividieren (1) durch (1b). Dann kommt

$$c_t/c_s = g/g_s. \tag{5}$$

Diese Bedingung, unter der man also das Schattengitter in jeder Entfernung vom Trog bei der gleichen Tourenzahl stehend sehen muß wie das Schallgitter selbst, war aber bei unseren Versuchen erfüllt; denn (vgl. Abb. 1) da der Konvergenzpunkt des den Trog durchsetzten Lichtes und damit der Schattenbahnen unmittelbar vor der Linse O_t liegt, verhält sich die Größe des Schallgitters im Trog zu der irgendeines seiner Schattengitter wie die entsprechenden Entfernungen von der Linse O_t, also wie g/g_s. Das gleiche gilt für die Geschwindigkeiten. Die Bedingung (5) ist also erfüllt.

Es bleibt zu prüfen, ob eine fehlerhafte, d. h. unscharfe Abbildung des Spaltes auf die Linse O_t die Ursache des gemessenen Tourenintervalls sein kann. Wir wollen annehmen, daß der Spalt nicht auf die unmittelbar vor der Linse O_t angebrachte Blende B, sondern auf eine Stelle abgebildet wird, die in der Entfernung e vor der Linse liegt. Dadurch ändert sich die Geschwindigkeit des Schattengitters in der Entfernung g_s von O_t. Bezeichnen wir sie mit c'_s, dann wird

$$c_t/c'_s = (g - e)/(g_s - e). \tag{6}$$

Durch Division von (5) durch (6) erhält man

$$c'_s/c_s = g\,(g_s - e)\,/\,g_e\,(g - e). \tag{7}$$

Wir hatten bei unseren Versuchen eine Gegenstandsweite $g = 345$ cm. Die Tiefenschärfe kann mit etwa 10% angenommen werden, d. h. ein in der Entfernung $g_s = 310$ cm von der Linse O_t befindliches Schattengitter war gerade noch beobachtbar. Unter der Annahme, daß höchstens $e = 30$ cm sein kann, daß also der Spalt in diesem Falle 30 cm vor der Linse abgebildet wird, erhält man aus (7) $c'_s/c_s = (341{,}5 \times 290)/(310 \times 310) = 0{,}99$. Die Ab-

weichung der Geschwindigkeit c' bzw. der zugehörigen Umlaufszahl von der kritischen beträgt in diesem Grenzfall erst 1%, während das beobachtete Tourenintervall 9% beträgt.

Zur Kontrolle dieser Überlegungen wurde die Versuchsanordnung so abgeändert, wie es die Abb. 7 zeigt. Das Licht der Lichtquelle L wird nach Passieren des Kondensors K und des Spaltes S_p durch die Linse O_s parallel gemacht, durchstrahlt den Trog T, in dem die Schallwelle läuft, und wird von einem mit Magnesiumoxyd überzogenen Gipsschirm aufgefangen. Über den Drehspiegel D wird der Schirm durch das Fernrohr F beobachtet.

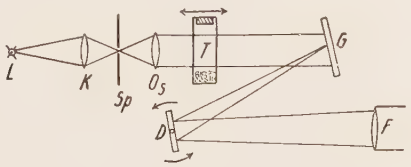

Abb. 7

Eine im Trog laufende Schallwelle erzeugt auf dem Schirm ein Schattengitter, und da der Schirm remittiert, kann man mit dem Fernrohr nur dieses eine Schattengitter beobachten. Die bei direkter Beobachtung der Schallwelle durch die Tiefenschärfe der Optik verursachten Fehler sind also bei dieser indirekten Methode vermieden.

Der Trog war in der Pfeilrichtung verschiebbar aufgestellt, um feststellen zu können, ob die Schattenbahnen parallel verliefen. Andernfalls mußte bei verschiedenen Trogstellungen auch eine verschiedene Umlaufzahl gemessen werden, und aus deren Differenz und der Kenntnis der zugehörigen Entfernung des Troges vom Gipsschirm hätte die tatsächliche Geschwindigkeit des Schallgitters berechnet werden können. Bei der ersten bis dritten Messung in Tabelle 2 betrug die Entfernung Trog—Gipsschirm 10 cm, bei der vierten und fünften Messung betrug sie 20 cm.

Da jede Vergrößerung oder Verringerung der Streifenabstände auf dem Schirm durch eine Verdrehung desselben zu einer Erhöhung bzw. Erniedrigung der kritischen Geschwindigkeit führen würde, mußte ihre Projektion auf eine zur Einfallsrichtung des Lichtes senkrechte Ebene gleich sein ihrer Projektion auf eine Ebene, die senkrecht auf der Verbindungslinie Schirm—Drehspiegel steht; denn dann beobachtet man durch das Fernrohr auf dem Schirm die Streifen mit den gleichen Abständen wie bei direkter Beobachtung. Diese Justierung des Gipsschirmes wurde dadurch erreicht, daß auf dem Schirm G ein Spiegel befestigt wurde, so daß über diesen der Spalt Sp auf die Achse des Drehspiegels D abgebildet werden konnte.

Für die Abhängigkeit der Umdrehungszahl des Spiegels von der Schallwellengeschwindigkeit gilt die Formel

$$c_t = 4\pi e N, \tag{8}$$

wobei e die Entfernung Gipsschirm—Drehspiegel ist.

Tabelle 2 zeigt im Vergleich zu Tabelle 1 eine Abnahme der Intervallbreite von 9,1% auf 5,8%, desgleichen eine Abnahme der Streuung der Einzelmessungen von 3% auf 1,5%. Ferner sieht man aus der Übereinstimmung der ersten bis dritten Messung mit der vierten und fünften Messung, daß die durch die Schallwelle im Trog erzeugten Schattenbahnen parallel verliefen.

Tabelle 2

	Umdrehungszahlen des Drehspiegels untere Grenze	obere Grenze	Intervallbreite %
1. Messung	28,7	30,5	6,1
2. ,, ...	28,9	30,6	5,8
3. ,, ...	28,7	30,3	5,4
4. ,, ...	28,8	30,7	6,4
5. ,, ...	28,9	30,5	5,4
Mittelwert der Messungen 1—5	28,8	30,5	5,8
größte Abweichung der Einzelmessungen vom Mittelwert	0,35%	0,7%	
mittlere Tourenzahl . . .	29,6		

Die mittlere Tourenzahl beträgt nach Tabelle 1 30,25 Umdrehungen pro sec, nach Tabelle 2 29,6 Umdrehungen pro sec, ihre Abweichung voneinander 2,2%. Die Entfernungen e in (8) und F in (1a) waren 352,5 cm bzw.

345 cm, ihre Differenz also 2,1%. Das von den Formeln geforderte Verhältnis der Umdrehungszahlen stimmt mit dem gemessenen gut überein.

Aus den Werten der Tabellen 1 und 2 läßt sich die Geschwindigkeit der Schallwellen in Xylol berechnen. Für $F = 345$ cm und $N = 30{,}25$ Umdrehungen/sec ergab die erste (direkte) Methode nach Gl. (1b) $c'_{Xylol} = 1312$ m/sec.

Für die Beobachtung nach der indirekten Methode war $e = 352{,}5$ cm und $N = 29{,}6$ Umdrehungen/sec. Dies liefert nach Gl. (8) $c'_{Xylol} = 1311$ m/sec.

In gleicher Weise wurde die Schallgeschwindigkeit für Tetrachlorkohlenstoff bestimmt. Es ergab sich $c_{Cl_4} = 910{,}3$ m/sec bzw. $= 914{,}8$ m/sec.

Zum Vergleich sind im folgenden die Messungen anderer Autoren[12]) zusammengestellt:

A. Xylol

(1) 1165 m/sec	(3) 1288 m/sec	(6) 1330 m/sec
(2) 1222 ,,	(4) 1260 ,,	(7) 1345 ,,
(2) 1286	(5) 1322 ,,	(8) 1349 ,,

B. Tetrachlorkohlenstoff

(2) 863 m/sec	(2) 922 m/sec	(7) 926 m/sec
(5) 921 ,,	(9) 925 ,,	(10) 950 ,,
		(8) 961 ,,

Aus den angestellten Überlegungen und Messungen geht hervor, daß die außerhalb des Troges auftretenden Schattengitter der Schallwelle das wider jede Erwartung breite Intervall der kritischen Umdrehungszahl des Spiegels allein nicht verursachen können, daß sie aber scheinbar die Breite des Intervalls vergrößern. Es ist jedoch noch zu beachten, daß bei den Versuchen mit der direkten Beobachtung das Abbildungsverhältnis 1 : 1 war und das Streifensystem mit einer zweifach vergrößernden Lupe beobachtet wurde. Man sah dann die Streifen etwa 2,5 mm breit. Bei der indirekten Beobachtung durch das Fernrohr erschien dagegen der Streifenabstand nur etwa 0,5 mm breit. Es war daher möglich, daß infolge des beschränkten Auflösungsvermögens des Auges bei der geringeren Streifenbreite die Verwaschung der Streifen an der unteren bzw. oberen Grenze des Tourenintervalls schon bei höheren bzw. niedrigeren Umlaufszahlen einsetzte und somit die Einengung des Tourenintervalls nur vorgetäuscht war.

Es bleibt daher nur noch die Annahme übrig, daß in der Beobachtung über den Drehspiegel die Ursache dafür zu suchen war, daß das Streifensystem nicht nur bei der kritischen Umlaufzahl stehend erschien, d. h. daß sich bei der periodisch unterbrochenen Sicht der Streifen ein physiologisches Phänomen bemerkbar machte. Hierfür sprach auch noch folgender Kontrollversuch, dessen Zweck die Ausschaltung der optischen Vorgänge in der Schallwelle war. Das durch die Schallwelle in der Flüssigkeit erzeugte Schattengitter wurde durch ein bewegtes Streifengitter ersetzt. Zu dem Zweck wurde über den Rand einer auf der Achse eines Elektromotors sitzenden Trommel ein Filmstreifen mit einem Linsenraster gespannt, das mit parallelem Licht durchstrahlt und von einem kurzbrennweitigen Objektiv stark vergrößert auf den Gipsschirm in der Versuchsanordnung der Abb. 7 abgebildet wurde. Läßt man den Motor rotieren, dann bewegt sich das auf dem Schirm abgebildete Filmraster und man erhält ein dem Schattengitter der Schallwelle ähnliches, laufendes Streifensystem, das sich von ihm nur durch die Streifenbreite und seine Entstehung unterscheidet. Der Schirm wurde wie früher mit dem Fernrohr über den Drehspiegel beobachtet.

Auch jetzt beobachtete man bei einer langsamen Steigerung der Spiegeldrehzahl das Auf-

[12]) Die eingeklammerten Zahlen bezeichnen die folgenden Veröffentlichungen:

(1) Th. v. Jonescu, J. Phys. Radium 5 (1924), S. 377.
(2) R. Wyss, Helv. physica Acta 7 (1934), S. 406.
(3) L. Bergmann, Physik. Z. 34 (1933), S. 761.
(4) Ch. Bachem, Z. Physik 87 (1934), S. 738.
(5) E. Hiedemann u. Ch. Bachem, Z. Physik 94 (1935), 68.
(6) S. Parthasaraty, Proc. Ind. Acad. Sci. (A) 2 (1935), S. 497.
(7) R. Bär, Helv. physica Acta 6 (1933), S. 570.
(8) L. Bergmann u. A. Jaensch, S.-B. Schles. Ges. 108 (1935), S. 34.
(9) E. B. Freyer, J. G. Hubbard u. D. W. Andrews, Proc. nat. Acad. Sci., Wash. 18 (1932), S. 409.
(10) A. Cisman, J. Phys. Radium 7 (1926), S. 345.

tauchen verwaschener, dauernd hin- und widerlaufender dunkler Streifen, die bei der Erhöhung der Tourenzahl wieder verschwanden. Bei weiterer Annäherung an die kritische Umlaufszahl sah man zunächst verwaschen, immer schärfer werdende sehr helle Streifen. Erhöht man die Tourenzahl über die kritische, dann werden die Streifen wieder verwaschen, verschwinden, werden noch einmal dunkel sichtbar und verschwinden schließlich ganz.

Die Umlaufszahlen der Filmtrommel sowie die des Drehspiegels wurden in der üblichen Weise gemessen. Tabelle 3 zeigt eine Zusammenstellung solcher Meßergebnisse. Als „untere Sicht" wurde das Umlaufsverhältnis bestimmt, bei dem die dunklen Streifen unterhalb, als „obere Sicht" dasjenige, bei dem sie oberhalb der kritischen Umdrehungszahl am deutlichsten sichtbar waren. Die Tourenzahlen, bei denen die Streifen zwischendurch verschwanden, wurden als „untere Grenze" bzw. „obere Grenze" bezeichnet je nach ihrer Lage unterhalb oder oberhalb der kritischen Tourenzahl.

Tabelle 3

	untere Sicht	untere Grenze	krit. Umlfz.	obere Grenze	obere Sicht
1. Messung . .	0,289	0,309	0,362		0,444
2. „ . .	0,266	0,309	0,363	0,415	0,434
3. „ . .	0,281	0,293	0,364	0,415	0,438
Größte Abweichg. d. Einzelmessg. voneinand. i. %	8,3	5,3	0,6	0,0	2,3
Mittelw. d. Einzelmessungen .	0,279	0,304	0,363	0,415	0,439
Mittelw. d Spalte 2 und 4 . . .			0,360		
1 und 5 . . .			0,359		
1 bis 5 . . .			0,360		

Die Intervallbreite, d. i. die Differenz der an der oberen und der an der unteren Grenze gemessenen Tourenzahlen, beträgt bei der zweiten Messung 29,5%, bei der dritten Messung 34% und im Mittel 32%. Der aus den Mittelwerten der Spalten 1—5 sich ergebende Mittelwert = 0,360 weicht von dem Mittelwert aus den Einzelmessungen der kritischen Umlaufszahl = 0,363 um 0,8% ab. Über die Bedeutung der Spalten 1 und 5 s. u.

Als Resultat der bisherigen Untersuchungen können wir zusammenfassen:

1. Man beobachtet ein Streifensystem nicht nur bei einer bestimmten, der „kritischen Tourenzahl" des Spiegels.
2. Das Streifensystem erscheint nicht stehend, sondern ändert dauernd seine Lage mit wechselnder Geschwindigkeit und Richtung.
3. Die Ursache dieser Erscheinung kann weder durch die Schallwelle selbst noch durch rein optische Effekte bedingt sein.

6. Erklärung der Fehlerbreite der Messungen als Folge eines physiologischen Phänomens des Auges

Zur Erklärung dieser Ergebnisse als Folge der periodisch unterbrochenen Beobachtung über den Drehspiegel bietet sich ein Weg, indem man die physiologischen Eigenheiten des Auges berücksichtigt, die sich stets dann bemerkbar machen, wenn ein intermittierter Bildeindruck vorliegt. Daß ein solcher unter bestimmten Bedingungen als kontinuierlich empfunden wird, bewirken die positiven Nachbilder im Auge, deren Dauer in der Größenordnung von $^1/_{15}$—$^1/_{20}$ sec liegt. Infolgedessen erscheinen periodische Folgen sehr kurz dauernder Lichtreize als kontinuierlich, wenn ihre Zeitabstände $\leq {}^1/_{15}$ sec sind. Die Helligkeit dieser kontinuierlichen Lichterscheinung ist dabei gleich der im Verhältnis der Dauer eines Einzelreizes zur Dauer einer Periode verminderten Helligkeit des Einzelreizes[13]), d. h. das — zeitlich betrachtet — Lichtband erscheint so, als ob die entsprechend verminderte Helligkeit des Einzelreizes während der ganzen Periode wirkte.

Wenn also zur Feststellung der Schallgeschwindigkeit eine Spiegelumdrehungszahl von $15 < N \leq 30$ pro sec benötigt wird, dann wirken die Bilder je zweier Umdrehungen zusammen, d. h. wenn das Bild, das der Spiegel bei der zweiten Umdrehung in die Beobach-

[13]) Vgl. zu vorstehendem A. König, Physiol. Optik, Hdb. Exp. Physik XX, 1 (1929), S. 86ff.

tungsrichtung reflektiert, im Gesichtsfeld der Lupe erscheint, dann wirkt im Auge des Beobachters das Bild der ersten Umdrehung noch nach und wird zu diesem zweiten addiert. Bei der dritten Umdrehung ist zwar vom Bilde der ersten keine Empfindung mehr vorhanden, wohl aber noch vom Bilde der zweiten usw., so daß also vom Beobachter stets die Bildreize zweier aufeinanderfolgender Umläufe wahrgenommen werden. Ist die Umdrehungszahl höher als etwa 30 pro sec oder benutzt man ein Spiegelrad, auf dessen Trommel mehrere Spiegel angebracht sind, dann ist die Zahl der zusammenwirkenden Bilder entsprechend höher.

Es sei T die Zeit, die der Spiegel zu einem ganzen Umlauf benötigt und t sei die Beobachtungszeit, während der ein Beobachter bei einem Umlauf das Bild der Schallwelle sehen kann. Bezeichnen wir ferner mit Bildbreite B die Breite des auf der Mattscheibe sichtbaren Bildes des vom Licht durchstrahlten Schallfeldes im Trog, dann gilt die Beziehung

$$T/t = 4\pi r/B = 4\pi F/B, \tag{9}$$

da in unserer Versuchsanordnung der in (1) auftretende Radius des Beobachtungskreises r nach (1b) durch die Brennweite F der Linse O_t zu ersetzen ist.

In der Zeit t, während der das Bild bei einer Umdrehung des Spiegels zu sehen ist, wandere das beoachtete Streifensystem um die Strecke B/x vor. Die gestrichelt gezeichnete Kurve in Abb. 8 gibt die Lichtverteilung in dem Augen-

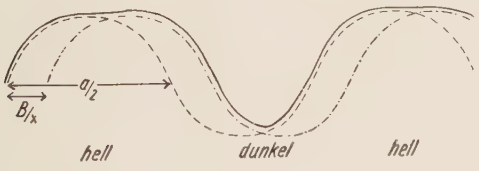

Abb. 8

blick wieder, in welchem das Bild auf der Mattscheibe gerade sichtbar wird, die strichpunktierte Kurve den Moment, in dem das Bild die Mattscheibe gerade verläßt. Das durch diese Lichtverteilung charakterisierte Streifensystem ist also während der Beobachtungszeit t um die Strecke B/x gewandert und das erweckt für das Auge den Anschein, als ob auf dem Bilde die durch die ausgezogene Kurve angedeutete Lichtverteilung herrsche, d. h. die Streifen des beobachteten Systems erscheinen verbreitert und verwaschen.

Aus (9) ist ersichtlich, daß das Streifensystem in der Zeit T, also bei einem Umlauf des Drehspiegels, um die Strecke $4\pi F/x$ voreilt, wenn es in der Zeit t um B/x vorgeeilt ist. Bezeichnen wir den Abstand zweier heller Streifen, d. h. die Entfernung zweier entsprechender Punkte der Lichtverteilungskurve als Streifenabstand a, dann sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. Nach einem Umlauf, wenn das Bild gerade wieder sichtbar wird, soll das Streifensystem um eine ganze Anzahl Streifenabstände vorgeeilt sein. Dann ist zu Beginn der zweiten Beobachtungszeit, d. i. die Zeit, während der man beim zweiten Umlauf das Bild sehen kann, die Lichtverteilung die gleiche wie zu Beginn der ersten Beobachtungszeit. Während der zweiten Beobachtungszeit wandert das Streifensystem wieder um die Strecke B/x vor und am Ende der zweiten Beobachtungszeit herrscht ebenfalls dieselbe Lichtverteilung wie am Ende der ersten. Das Streifensystem erscheint also dem Beobachter stehend und die Streifen verbreitert. Ist k die Anzahl der Streifenabstände, um die das System vorgeeilt ist, dann lautet die mathematische Formulierung dieses Falles $4\pi F/x = ka$.

2. Im zweiten Falle soll das Streifensystem um etwas mehr als eine ganze Anzahl Streifenabstände bei einer Umdrehung vorlaufen. Dieser Überschuß soll aber $\leq B/x$ sein, d. h. die nach einem Umlauf zu Beginn der zweiten Beobachtungszeit sichtbar werdenden hellen Streifen liegen innerhalb der während der ersten Beobachtungszeit verbreiterten hellen Streifen. Abb. 9a zeigt den Grenzfall, bei dem der Überschuß gerade B/x ist. Zu Beginn der ersten Beobachtungszeit, d. h. z. Z. $t' = O$, ist die durch die gestrichelte Kurve dargestellte Lichtverteilung zu beobachten. Während der Beobachtungszeit laufen die Streifen um B/x vor. Z. Z. $t' = t$ beobachtet man also die strichpunktierte Lichtverteilung. Nach einem Um-

lauf, z. Z. $t' = T$, ist das Streifensystem um ein ganzes Vielfaches des Streifenabstandes $+ B/x$ vorgelaufen, so daß man zu diesem Zeitpunkt, dem Beginn der zweiten Beobachtungszeit, an der Stelle der strich-punktierten Kurve abermals ein Streifensystem sieht. Dieses wandert während der zweiten Beobachtungszeit wieder um B/x vor, so daß am Ende der zweiten Beobachtungszeit, z. Z. $t' = T + t$ die durch die punktierte Kurve gekennzeichnete Lichtverteilung herrscht. Die Umlaufzahl soll > 15 pro sec

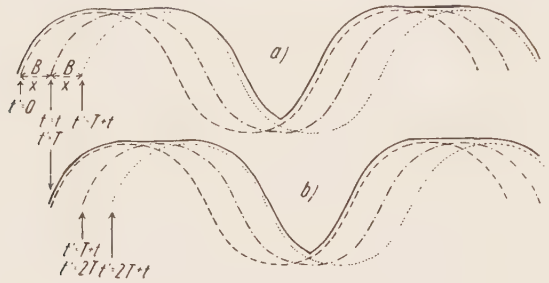

Abb. 9

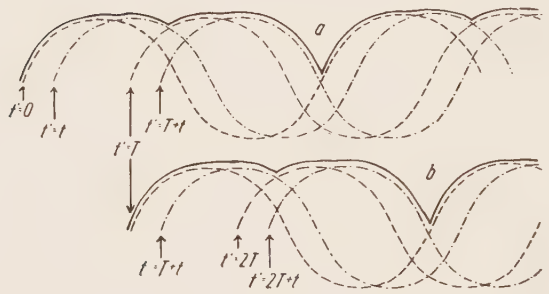

Abb. 10

sein; also wirken die Bilder des ersten und zweiten Umlaufs zusammen und man sieht daher die Lichtverteilung der ausgezogenen Kurve. Die Streifen erscheinen gegenüber dem Fall 1 noch mehr verbreitert und verwaschen.

Nach einem weiteren Umlauf ist der erste Bildeindruck verblaßt, der zweite wirkt aber noch nach. Abb. 9b zeigt, wie sich das zweite zum dritten Bild addiert. Man sieht, daß das ganze verbreiterte Streifensystem um B/x verschoben ist. Bei jeder weiteren Umdrehung wandert in immer gleicher Weise das Streifensystem um B/x vor. Da aber zu Beginn jeder neuen Beobachtungszeit die Streifen an derselben Stelle sichtbar werden wie am Ende der vorhergehenden, so erscheint dem Beobachter dieses Voreilen kontinuierlich, m. a. W. man beobachtet ein gleichmäßig wanderndes Streifensystem.

Die mathematische Formulierung für diesen Fall lautet $ka < 4\pi F/x \leqq 4\pi F/x + B/x$.

3. Im dritten und letzten Fall soll die Voreilung wieder ein ganzes Vielfaches des Streifenabstandes überschreiten und der Überschuß soll größer als B/x sein aber kleiner als $a/2 - B/x$. Abb. 10a zeigt in der gestrichelten Kurve die Lichtverteilung zu Beginn, in der strich-punktierten Kurve die Lichtverteilung am Ende der ersten Beobachtungszeit. Die übrigen gestrichelten Kurven geben entsprechend die Verhältnisse bei der zweiten Beobachtungszeit wieder, während die ausgezogene Kurve den Gesamtbildeindruck zeigt. In gleicher Weise sind die Kurven 10b für die zweite und dritte Umdrehung dargestellt.

Aus der Abbildung ist zu ersehen, daß das Streifensystem dem Beobachter sprunghaft laufend erscheint, da die durch die Einbuchtungen der ausgezeichneten Kurve gekennzeichneten dunklen Stellen des Bildes keinen Zusammenhang mehr besitzen.

Die diesen Fall charakterisierende Formel ist $ka + B/x < 4\pi F/x < (k + {}^1/_2)a - b/x$.

In allen drei Fällen ist k eine beliebige ganze Zahl. k kann also gleich 0, 1, 2, . . . werden, das Streifensystem kann während eines Umlaufs um 0, 1, 2, . . . Streifenabstände voreilen. Entsprechend ist auch die Voreilung der Streifen während der Zeit t verschieden, d. h. auch B/x wächst proportional k. Die beobachteten Streifen verbreitern sich und erscheinen flauer und unschärfer, da sich der gleichgebliebene Lichtstrom scheinbar auf eine größere Fläche verteilt. Wenn nun das Streifensystem während der Beobachtungszeit gerade um einen ganzen Streifenabstand vorgeeilt ist, so daß am Ende der Beobachtungszeit jeder Streifen gerade dort sichtbar ist, wo zu Beginn von t der vor ihm laufende zu sehen war, wenn also $B/x = a$ geworden ist, dann erscheint die ganze Fläche gleichmäßig ausgeleuchtet und es sind für den Beobachter keine Streifen mehr wahrnehmbar. Dabei ist es gleich, ob k positiv ist oder

negativ, d. h. ob das Streifensystem voreilt oder zurückbleibt.

Von besonderem Interesse ist noch der Fall $4\pi F/x = (k + {}^1/_2)a$. Schon bei der Betrachtung der Abb. 10 fiel auf, daß die ausgezogene Kurve zwei Arten von Einbuchtungen zeigt, eine tiefe und eine ziemlich flache. Je weiter die gestrichelten Kurven nach rechts rücken d. h. je mehr sich die Voreilung der Streifen dem Wert $4\pi F/x = (k + {}^1/_2)a$ nähert, um so tiefer werden die flachen Einbuchtungen und entsprechend verflachen die tiefen. Dies geschieht wegen der sinus-Form der Kurven zuerst langsam, dann immer rascher. Ist $4\pi F/x = (k + {}^1/_2)a$, dann sind beide Arten von Einbuchtungen gleich tief. Sie sind dann für den Beobachter nicht mehr voneinander zu unterscheiden und man beobachtet daher die doppelte Streifenzahl. Aber man kann sich leicht überlegen, daß die Tiefe der Einbuchtungen weit geringer ist als in den in Abb. 8 und 9 dargestellten Fällen. Das bedeutet, daß die dunklen Streifen im doppelten Streifensystem, gegenüber dem einfachen aufgehellt, kontrastärmer erscheinen und zwar um so mehr, je stärker die hellen Streifen verbreitert gesehen werden, d. h. je größer B/x ist.

Das doppelte Streifensystem ist ein stehendes, weil bei jedem dritten Umlauf die Streifen dort gesehen werden, wo sie beim ersten Umlauf zu sehen waren. Entsprechend würde man, wenn drei Bildeindrücke zusammenwirken würden, ein dreifaches stehendes Streifensystem beobachten können usw. Die Beobachtbarkeit der Streifen hängt aber von ihrem Kontrast ab. Das doppelte Streifensystem kann daher, wenn überhaupt, nur in der Nähe der kritischen Tourenzahl, die durch $B/x = 0$ definiert ist, dem Auge sichtbar werden, denn die Abnahme des Streifenkontrastes ist nicht proportional B/x, sondern der Kontrast nimmt bei einer Vergrößerung kleiner Werte von B/x verhältnismäßig viel rascher ab.

Ist $(k + {}^1/_2)a < 4\pi F/x < (k + 1)a$, dann wandern die Streifen im Bild entgegengesetzt ihrer tatsächlichen Voreilung. Man kann dies ohne weiteres aus der Abb. 10 entnehmen. Denn in diesem Falle sind die unteren Kurvenpaare b gegen die oberen a soweit nach rechts verschoben, daß die tiefen Einbuchtungen der ausgezogenen Kurven nach links einen geringeren Abstand haben als nach rechts. Das bedeutet nichts anderes, als daß die Streifen scheinbar nach links wandern, obwohl sie tatsächlich nach rechts voreilen.

Das Tourenintervall sowohl wie das sprunghafte Hin- und Herpendeln der Streifen fanden im vorigen Abschnitt ihre Erklärung als Folgeerscheinung eines physiologischen Phänomens. Es bleibt zu prüfen, wie weit die Beobachtungen damit in Einklang stehen.

Wie schon oben ausgeführt wurde, ist das Streifensystem dann nicht mehr als solches erkennbar, wenn es in der Beobachtungszeit t um den Streifenabstand a voreilt. Nach (9) ist $t = BT/4\pi F$, wobei T die Umlaufszeit des Spiegels bedeutet. Bei N Umdrehungen/sec ist $T = 1/N$ und die Formel geht über in

$$t = B/4\pi F N . \tag{10}$$

Da die Voreilung V einen Streifenabstand in der Beobachtungszeit, also $V = a/t$ betragen soll, folgt aus Gl. (10)

$$V = 4\pi F Na/B. \tag{11}$$

Um das Verhältnis der Voreilung zur Schallgeschwindigkeit festzustellen, dividieren wir Gl. (11) durch Gl. (1a)

$$\begin{aligned} V/c_t &= 4\pi F Na/B \; 4\pi F N \\ V/c_t &= a/B. \end{aligned} \tag{12}$$

Die Voreilung verhält sich also zur Geschwindigkeit der Schallwellen wie der Streifenabstand, d. i. die Wellenlänge des Schalls zu der beobachtbaren Breite des Schallfeldes im Trog. Das Streifensystem kann aber nicht nur voreilen, es kann auch zurückbleiben. (12) gibt also nur den halben Betrag des Tourenintervalls an und wir erhalten für die Breite des Tourenintervalls schließlich die Formel

$$V/c_t = 2\,a/B. \tag{12a}$$

Die Schallwelle hatte bei unseren Versuchen eine Frequenz von 1200 kHz, die Bildbreite betrug 3 cm und die Schallgeschwindigkeit wurde zu 1311 m/sec gemessen. Setzt man diese Werte ein, dann erhält man $V/c_t = 7{,}3\%$.

In Anbetracht der großen Streuung der Einzelmessungen in Tabelle 1 von etwa $\pm 1{,}5\%$ kann man wohl sagen, daß das berechnete Intervall von 7,3% mit dem gemessenen von 9,1% ganz gut übereinstimmt. Weshalb die in Tabelle 2 angegebenen Werte zweifellos zu klein sind, ist bereits dort (S. 340) ausgeführt worden.

Auch die Messungen der Tabelle 3 stimmen mit den berechneten ganz gut überein. Das Intervall betrug 32%. Die Streifenbreite war 20/13 cm, die Bildbreite 8,5 cm. Daraus berechnet sich das Intervall zu 34,4%.

Bei diesen Versuchen war beiderseits der kritischen Tourenzahl ein Wiedersichtbarwerden der Streifen beobachtet worden, das auch gemessen werden konnte. Die Differenz zwischen den beiderseits gemessenen Tourenzahlen betrug 44%, die Differenz einer jeden von ihnen von der kritischen Umlaufszahl also etwa 22%. Man kann diese Erscheinung in folgender Weise erklären: Wenn das Streifensystem während der Zeit t um den Streifenabstand a vorgeeilt ist, dann beobachtet man nur ein helles Band. Eilt jetzt das Streifensystem noch schneller vor, dann sieht man es also während einer Beobachtungszeit an gewissen Stellen zweimal. Diese Stellen erscheinen heller als ihre Umgebung, und man sieht wieder ein Streifensystem, das aber sehr kontrastarm ist und daher verschwommen erscheint. Dieses System wird am besten sichtbar werden, wenn die helleren Streifen ebenso breit erscheinen wie die dunkleren. Das ist dann der Fall, wenn die Voreilung der Streifen beinahe $3a/2$ beträgt. (Wenn die Voreilung $+ 3a/2$ wäre, dann würden die helleren Streifen infolge der Irradiation[14]) gegenüber den dunklen Streifen schon verbreitert erscheinen und infolgedessen weniger gut sichtbar sein). Nach Formel (12a) ergibt sich für eine Voreilung von $3a/2$ eine Intervallbreite von 51,6% und die gemessene Tourenzahldifferenz von 44% stimmt ganz gut mit dem eben Gesagten überein.

Es möge noch die Differenz der Umlaufszahl berechnet werden, für welche die Voreilung einmal ka, das andere Mal $(k + {}^1/_2)a$ beträgt, also die Differenz zweier benachbarter Umlaufszahlen, bei denen das Streifensystem stehend erscheint. N_1 sei die zur Voreilung $2\pi F/x_1 = ka$ und N_2 die zur Voreilung $2\pi F/x_2 = (k + {}^1/_2)a$ gehörige Umlaufszahl. Nach (1b) ist

$$\begin{aligned} c_t &= 4\pi F N \\ &= 4\pi F N_1 - 2\pi F N/x_1 \\ &= 4\pi F N_2 - 2\pi F N/x_2 \end{aligned}$$

$$4\pi F N_1 = 4\pi F N + 2\pi F N/x_1$$
$$4\pi F N_2 = 4\pi F N + 2\pi F N/x_2$$

daraus folgt:

(a) $$N(1/x_2 - 1/x_1) = 2(N_2 - N_1).$$

Nun ist aber nach Definition

$$2\pi F/x_2 - 2\pi F/x_1 = (k + {}^1/_2)a - ka = a/2$$

also

(b) $$1/x_2 - 1/x_1 = a/4\pi F$$

Aus (a) und (b) folgt

(13) $$N_2 - N_1 = aN/8\pi F.$$

Formel (13) gibt die absolute Differenz der Tourenzahlen an. Wenn wir die prozentuale Differenz $\Delta(N)$ bestimmen wollen, müssen wir noch durch N [genauer durch $(N_2 + N_1)/2$] dividieren, und erhalten dann

(13a) $$\Delta(N) = a/8\pi F.$$

Wenn wir unsere Werte einsetzen, dann erhalten wir für diese Differenz den Wert $\Delta(N) = 0{,}0013\%$. Aus dieser Zahl geht die technische Unmöglichkeit hervor, die Streifen stehend zu beobachten; denn die Umlaufsgeschwindigkeit des Drehspiegels müßte auf einen kleinen Bruchteil von 0,0013% konstant gehalten werden.

7. Versuche mit einer optisch abgeänderten Methode

Zum Schluß wurde die ursprüngliche Versuchsanordnung noch in der Weise abgeändert, daß ein festes Gitter mit annähernd derselben Gitterkonstanten wie das von der Schallwelle im Trog erzeugte Streifengitter gleichzeitig von der Linse O_t (vgl. Abb. 1) auf der Mattscheibe M abgebildet wurde. Es sind dann verschiedene Versuchsvariationen möglich:

Als Versuchsanordnung Ia sei die bisher benutzte bezeichnet, Ib soll sich von ihr dadurch

[14]) Vgl. König, Physiol. Optik, a. a. O., S. 84ff.

unterscheiden, daß die Schallwelle im Trog nicht gleichsinnig, sondern entgegengesetzt dem Drehsinne des Spiegels läuft. Das feste Gitter fällt also bei Ia und Ib fort.

Die Versuchsanordnungen IIa und IIb unterscheiden sich von Ia bzw. Ib nur dadurch, daß sich zwischen der Linse O und dem Trog, dicht vor diesem, das feste Streifengitter befindet, dessen Gitterkonstante gleich der Wellenlänge der Schallwelle gemacht wird. Letzteres wurde dadurch erreicht, daß das Streifengitter um eine vertikale Achse drehbar angeordnet wurde.

Bei den Versuchsanordnungen IIIa und IIIb hat das Gitter die gleiche Stellung behalten wie bei IIa und IIb, der Trog mit der Schallwelle ist jedoch so aufgestellt, daß das vom Spalt Sp ausgehende Licht erst nach der Reflexion am Drehspiegel den Trog durchstrahlt. Dabei wird das Gitter durch die Linse O_t auf die Mittelebene des Troges abgebildet und diese durch die Lupe betrachtet.

Versuchsanordnung Ia, deren Ergebnisse bereits in Tabelle 1 dargestellt und dort diskutiert worden sind, und Versuchsanordnung Ib, bei der man überhaupt kein Toureninterval feststellen kann, in welchem ein Streifensystem sichtbar wird, wenn nicht ein wesentlicher Teil der Schallenergie reflektiert und dadurch eine rückläufige Welle beobachtbar wird, wurde in der folgenden Versuchstabelle 4 nur zur Kontrolle aufgenommen.

Befindet sich das feste Gitter zwischen Linse O und Trog, so erhält man bei rotierendem Spiegel auf der Mattscheibe das Bild zweier bewegter Streifensysteme, nämlich eins, das von der Schallwelle herrührt und ein zweites, das durch das feststehende Gitter und die Rotation des Spiegels erzeugt wird. In der Versuchsanordnung II wird dabei das von der Schallwelle herrührende Streifensystem je nach deren Laufrichtung in bezug auf den Drehsinn des Spiegels um die gleiche Geschwindigkeit verzögert oder beschleunigt, mit welcher das vom Gitter erzeugte Streifensystem läuft. In den Anordnungen III tritt naturgemäß keine Beeinflussung des Schallwellensystems auf.

Bei diesen Versuchen waren stroboskopische Effekte zu erwarten, wie sie ähnlich auch bei zwei hintereinander aufgestellten gleich- oder gegensinnig laufenden Lochscheiben zu beobachten sind. Solche Erscheinungen sind u. a. schon von Linckh und Vieweg[15]) untersucht worden. Diese Verfasser kamen zu folgenden Ergebnissen:

Es seien L_1 und L_2 die Lochzahlen der ersten bzw. zweiten Scheibe, N_1 und N_2 ihre Umdrehungszahlen pro sec und A sei die Zahl der bei diesen Umdrehungen auf dem Scheibenumfang sichtbaren Löcher. Dann besteht folgende Beziehung

$$A = \frac{L_2 L_1 N_1 \pm L_1 L_2 N_2}{(L_1 N_1,\ L_2 N_2)} \tag{14}$$

wobei das $+$Zeichen gilt, wenn die beiden Scheiben entgegengesetzt, das $-$Zeichen, wenn sie gleichsinnig umlaufen. Der Ausdruck im Nenner $(L_1 N_1,\ L_2 N_2)$ bezeichnet den größten gemeinsamen Teiler der beiden Produkte $L_1 N_1$ und $L_2 N_2$.

Für unseren Fall kann man obige Formel umformen, indem man berücksichtigt, daß $L_1 N_1$ bzw. $L_2 N_2$ die Häufigkeit angeben, mit welcher der Beobachter in einer Sekunde ein hinter der Lochscheibe angebrachtes Lämpchen aufleuchten sehen kann, also die Frequenz dieses periodisch sich wiederholenden Vorganges. Das bedeutet, daß wir $L_1 N_1$ gleich n_t, $L_2 N_2$ gleich n_g setzen können, wobei unter n_t die Frequenz des von der Schallwelle, unter n_g die Frequenz des vom Gitter erzeugten Streifensystems zu verstehen ist. Ferner sind die Lochzahlen L_1 und L_2 gleichzusetzen der Größe B/λ, also der Zahl, die angibt, wieviel Schallwellen bzw. Gitterstreifen wir bei einem Umlauf beobachten können. Setzen wir $B/\lambda = k$, $n_t \lambda = c_t$ und $n_g \lambda = c_g$, dann geht (14) über in

$$A = k \frac{n_t \pm n_g}{(n_t, n_g)} = k \frac{c_t \pm c_g}{(c_t, c_g)}. \tag{15}$$

Ist A eine ganze Zahl, dann ist ein stehendes Streifensystem zu beobachten, das sich aber von dem in der Versuchsanordnung Ia bei der kritischen Tourenzahl sichtbaren durch die verringerte Streifenbreite unterscheidet.

[15]) E. H. Linckh und R. Vieweg, Arch. Elektrotechn. 15 (1926), S. 509.

Tabelle 4 gibt eine Übersicht der von uns gemessenen Werte.

Tabelle 4

c_t/c_g	Ia	Ib	IIa		IIb		IIIa		IIIb	
	U	U	U	%	U	%	U	%	U	%
4 : 1					10,4	+3,0			7,4	−2,5
3 : 1			7,4	−2,5	15,0	−2,0	10,2	+1,0	10,3	+2,0
5 : 2					19,8	−1,3				
2 : 1			10,2	+1,0	29,6	−1,9	15,1		15,1	
3 : 2							20,2	+0,5		
1 : 1			14,8	−2,0			30,1	−0,3		
1 : 2			20,1							
$c_s = 0$	30,2		30,8	+2,0						

In Spalte 1 ist das Verhältnis der Streifengeschwindigkeiten im Blickfeld der Beobachtungslupe angegeben. $c_s = 0$ in der letzten Zeile soll bedeuten, daß wir bei dieser kritischen Umlaufszahl das durch den Drehspiegel zum Stehen gebrachte Schallgitter selbst beobachteten. Die römischen Ziffern Ia, Ib usw. beziehen sich auf die Nummern der Versuchsanordnungen. U bedeutet die gemessene Umlaufszahl des Drehspiegels, bei der ein stehendes Streifensystem zu erkennen war. Aus diesen Umlaufszahlen kann man, da die kritische Tourenzahl größenordnungsmäßig bekannt ist, durch Multiplikation mit einem entsprechenden Faktor diese berechnen und auf die Weise aus den Einzelmessungen einen Mittelwert für die kritische Umdrehungszahl erhalten. In der Spalte % sind die Abweichungen der Einzelmessungen von den derart für jede Spalte gebildeten Mittelwerten angegeben. Die größte Abweichung betrug 3%, was erklärlich erscheint, wenn man bedenkt, daß sich natürlich auch bei diesen Messungen der Einfluß des Drehspiegels bemerkbar macht.

Wenn die kritische Umlaufszahl nicht bekannt ist, kann man sie aus Formel (15) berechnen. A, die Streifenzahl, kann man zwar infolge des Zitterns des beobachteten Streifensystems selbst nicht bestimmen, wohl aber das Verhältnis der Streifen bei Gleich- und Gegenlauf der beiden Systeme. Man braucht dazu nur die beiden Versuchsanordnungen IIIa und IIIb zu kombinieren. Das läßt sich dadurch erreichen, daß man die Schallwelle so reflektieren läßt, daß man in der oberen Hälfte des Troges die hinlaufende, in der unteren Hälfte die rücklaufende Welle beobachtet. Dabei wurde der Trog so gestellt, daß das feste Gitter auf beide Hälften gleichzeitig abgebildet wurde. Man beobachtet also gleichzeitig in der einen Troghälfte das dem Gleichlauf, in der anderen Troghälfte das dem Gegenlauf entsprechende Streifensystem und kann bequem ihr Verhältnis bestimmen. Bezeichnen wir mit A^+ die dem Gegenlauf, mit A^- die dem Gleichlauf der Gitter zugehörige Streifenzahl, so ergibt sich aus (15)

$$A^+/A^- = (c_t + c_g) / (c_t - c_g) \tag{16}$$

und daraus kann man, wenn A^+/A^- und c_g bekannt sind, die Schallgeschwindigkeit c_t bestimmen.

8. Eine stroboskopische Methode zur Bestimmung von Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten

Die am Ende des vorigen Abschnitts abgeleitete Formel (16) bietet eine neue Möglichkeit, absolute Schallgeschwindigkeitsmessungen in Flüssigkeiten auszuführen. Bildet man, wie es Abb. 11a veranschaulicht, ein rotierendes

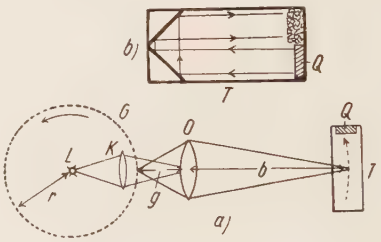

Abb. 11

Strichgitter G (z. B. Filmstreifen mit Linienraster), das von der Lichtquelle L über den Kondensor K beleuchtet wird, mittels der Linse O in der Ebene des Troges T ab, in der die Schallwelle im unteren Teil hin- und im oberen Teil zurückläuft (entsprechend der in Abb. 11b gezeichneten Reflektoranordnung), so erhält man bei Betrachtung der Trogebene mit einer Lupe die gleichen stroboskopischen Erscheinungen, wie sie bei der Versuchsanordnung IIIa und IIIb im vorigen Abschnitt besprochen wurden. Ist r der Radius des Filmbandes, N seine Umdrehungszahl und g/b die notwendige Vergrößerung, damit die in der Mittelebene des Troges abgebildeten Streifen einen der Schall-

wellenlänge entsprechenden Abstand besitzen, dann ist die Streifengeschwindigkeit in der Mittelebene des Troges gegeben durch

$$c_r = 2\pi r N g/b. \tag{17}$$

Nimmt man $g/b = 10$, $r = 10$ cm und $N = 50$ m/sec an, dann erhält man eine Geschwindigkeit c_r von ungefähr 300 m/sec. Das ist etwa ein Drittel bis ein Fünftel der Schallgeschwindigkeit. Für $c_r = c_s/5$ liefert (16) $A^+/A = {}^2/_3$, und nach (15) ist $A^+ = 6k$, d. h. man sieht statt eines Streifens deren 6, was bei einem ursprünglichen Streifenabstand von etwa 1,5 mm noch gut zu beobachten ist. Der Vorteil dieser bisher noch nicht ausprobierten Methode würde darin bestehen, daß man das Streifenbild nicht mehr intermittierend, sondern dauernd beobachten kann.

Zusammenfassung

Bildet man eine in einem Flüssigkeitstrog erzeugte Schallwelle nach der Schlierenmethode von Toepler über einen Drehspiegel auf eine Mattscheibe ab, und läßt man den Drehspiegel mit einer geeigneten Geschwindigkeit rotieren, so erwartet man, ein stehendes Bild der Schallwellen beobachten zu können. Dabei müßte ein bestimmter Zusammenhang zwischen der Schallwellengeschwindigkeit einerseits und dem Abbildungsverhältnis sowie der Spiegeldrehzahl andrerseits bestehen, so daß es durch Messung der beiden letzteren Größen gelingen müßte, die Schallwellengeschwindigkeit zu bestimmen. Die zu diesem Zweck angestellten Messungen ergaben, daß man erstens überhaupt kein stehendes Bild der Schallwelle erhält, sondern daß dieses Bild sehr stark und rasch zittert, und zweitens, daß man ein solches zitterndes Bild nicht nur bei einer bestimmten, der „kritischen" Tourenzahl beobachten kann, sondern in einem etwa $\pm 4{,}5\%$ der kritischen Tourenzahl betragenden Tourenintervall, wobei das Schallwellenbild bei einer in der Nähe der kritischen Tourenzahl liegenden Umlaufszahl des Drehspiegels besonders kontrastreich zu sehen war. Die Messungen wurden daher so angestellt, daß bei einem gegebenen Abbildungsverhältnis zuerst die untere Grenze des Tourenintervalls gemessen wurde, d. h. die Spiegeldrehzahl, bei der das Bild der Schallwelle eben sichtbar wurde, sodann die Umlaufszahl, bei der das Schallwellenbild am kontrastreichsten erschien und schließlich die obere Grenze des Tourenintervalls, also die Drehzahl des Spiegels, bei der das Schallwellenbild eben wieder verschwand. Die durch Mittelung dieser drei Werte erhaltenen Meßergebnisse wichen bei mehreren Meßreihen um maximal 1% voneinander ab, so daß es also möglich ist, nach dieser Methode die Schallgeschwindigkeit einer Flüssigkeit mit einer Genauigkeit von etwa $\pm 0{,}5\%$ zu bestimmen.

Es wurden Untersuchungen angestellt, um die Ursache des Zitterns der beobachteten Schallwellenbilder und des Auftretens eines Tourenintervalls zu erklären. Diese Erklärung wurde in einer physiologischen Eigenheit des Auges gefunden, die stets bei Beobachtung intermittierter Lichteindrücke auftritt. Dieses physiologische Phänomen wird eingehend diskutiert. Die theoretischen Erwägungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen.

Zum Schluß wird eine Methode der Schallgeschwindigkeitsmessung entwickelt, die unter Zuhilfenahme eines stroboskopischen Effektes, des sog. „Staketenphänomens", voraussichtlich sehr genaue Messungen anzustellen gestattet.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden in den Jahren 1936/37 im Physikalischen Institut der Universität Breslau ausgeführt. Dem Direktor Prof. Dr. Cl. Schaefer sind wir für die Überlassung der Institutsmittel zu großem Dank verpflichtet.

(Eingegangen am 26. Juli 1938.)

Lebenslauf

Ich, Karl Paul Herbert Oertel, römisch-katholischen Bekenntnisses, bin am 27. November 1907 als Sohn des Konrektors Hermann Oertel und seiner Ehefrau Helene, geb. Hartmann, zu Breslau geboren.

Von Ostern 1914 bis Ostern 1917 besuchte ich die Volksschule, anschließend das Johannes-Gymnasium zu Breslau. Nach Ablegung der Reifeprüfung ließ ich mich Ostern 1926 als Student der Mathematik und Naturwissenschaften in der philosophischen Fakultät der Friedrich-Wilhelms-Universität immatrikulieren. Im Sommersemester 1932 nahm ich die Exmatrikel.

Nach zweijähriger Unterbrechung setzte ich das Studium im Herbst 1934 mit einer experimentellen Übungsarbeit im physikalischen Institut wieder fort. Anschließend arbeitete ich an meiner Dissertation.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren Bergmann, Biltz, Hoheisel, J. Meyer, Radon, Schaefer, Schönberg, Senftleben. Ihnen allen, ganz besonders aber Herrn Professor Bergmann, der die vorliegende Arbeit anregte und durch stets hilfsbereite Anteilnahme förderte, und Herrn Professor Schaefer, der mir die Mittel des physikalischen Instituts in wohlwollender Weise zur Verfügung stellte, möchte ich an dieser Stelle meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

Herbert Oertel.